

## Teorema Fundamental Do Cálculo

Fala aí, nós somos o Responde Aí, e estamos aqui hoje para te ajudar a entender o Teorema Fundamental do Cálculo.

O **Teorema Fundamental do Cálculo** é hiper-mega-power importante, afinal ele é o teorema "fundamental" de TODO o cálculo. Então fica ligado em tudo que vai aprender aqui hoje, combinado?

Eu vou começar te dizendo logo o que esse teorema diz, vou colocar até como um quadrinho pra você saber que é bem importante.

Se  $f(t)$  é uma função contínua em  $[a, b]$  e

$$g(x) = \int_a^x f(t) dt \quad a \leq x \leq b$$

Então  $g(x)$  também é contínua no intervalo  $[a, b]$  e:

$$g'(x) = f(x), \text{ no intervalo } [a, b]$$

Parece meio confuso, não é? Mas vou traduzir essa língua estranha pra você hahaha. O que o teorema está dizendo é que **se a função  $g(x)$  é definida como a integral da função  $f(x)$ , que é uma função contínua, então a derivada de  $g(x)$  será a função  $f(x)$ .**

Ainda parece grego? Calma, olha essa função aqui:



Chegou o site que todo aluno de Engenharia sonhava!

Clique aqui : [WWW.RESPONDEAI.COM.BR](http://WWW.RESPONDEAI.COM.BR)

EXPLICAÇÕES  
SEM LERO LERO

+ DE 100 MIL EXERCÍCIOS  
RESOLVIDOS PASSO A PASSO

PROVAS ANTIGAS  
RESOLVIDAS

$$g(x) = \int_x^1 e^{t^2} dt$$

Se quisermos calcular a derivada de  $g(x)$  podemos utilizar o teorema fundamental do cálculo, porque  $g(x)$  está escrita como a integral de uma função exponencial e a função exponencial é contínua, ou seja, temos todas as características que aparecem no teorema, por isso podemos usá-lo.

Vamos primeiro organizar as funções:

$$g(x) = \int_1^x e^{t^2} dt \quad e \quad f(t) = e^{t^2}$$

Se aplicarmos o teorema teremos que:

$$g'(x) = f(x)$$

Basta pegarmos a função  $f(t)$  e onde tiver  $t$  trocamos por  $x$ , assim:

$$g'(x) = f(x) = e^{x^2}$$

Se liga que não é importante o limite inferior da integral, pode ser qualquer **constante**, e o limite superior deve ser o  $x$ .

Mas e se o limite inferior for uma constante, mas o limite superior for uma função e não só uma variável  $x$ ? O que fazer? Entrar em desespero? CLARO QUE NÃO, com o Responde Aí você só arrasa na prova!!

Vamos ver o que fazer nesses casos. Considere essa função aqui:

$$h(x) = \int_1^{\sin x} e^{t^2} dt$$

Nesse caso, nós teremos que definir duas novas funções:



**Chegou o site que todo aluno de Engenharia sonhava!**

Clique aqui : [WWW.RESPONDEAI.COM.BR](http://WWW.RESPONDEAI.COM.BR)

EXPLICAÇÕES  
SEM LERO LERO

+ DE 100 MIL EXERCÍCIOS  
RESOLVIDOS PASSO A PASSO

PROVAS ANTIGAS  
RESOLVIDAS

$$u(x) = \text{sen } x$$

$$p(x) = \int_1^x e^{t^2} dt$$

Note que se eu faço  $p(u(x))$ , ou seja, pego a função  $p$  e no lugar de  $x$  eu coloco  $u(x)$  eu obtenho exatamente a função  $h$ , então:

$$h(x) = p(u(x))$$

Para encontrarmos a derivada de  $h$ , podemos aplicar a regra da cadeia nessa última expressão:

$$h'(x) = p'(u(x)) \cdot u'(x)$$

A derivada de  $p$  encontramos pelo teorema fundamental do cálculo:

$$\text{Como } p(x) = \int_1^x e^{t^2} dt, \quad \text{então } p'(x) = e^{x^2}$$

Mas como queremos  $p'(u(x))$  vamos substituir  $x$  por  $u(x) = \text{sen } x$ :

$$p'(u(x)) = e^{(u(x))^2} = e^{\text{sen}^2 x}$$

Agora, calculamos a derivada de  $u(x)$ :

$$\text{Como } u(x) = \text{sen } x, \quad \text{então } u'(x) = \text{cos } x$$

Agora, temos que substituir na expressão que achamos para  $h'(x)$ :

$$h'(x) = p'(u(x)) \cdot u'(x) = e^{\text{sen}^2 x} \text{cos } x$$



**Chegou o site que todo aluno de Engenharia sonhava!**

Clique aqui : [WWW.RESPONDEAI.COM.BR](http://WWW.RESPONDEAI.COM.BR)

EXPLICAÇÕES  
SEM LERO LERO

+ DE 100 MIL EXERCÍCIOS  
RESOLVIDOS PASSO A PASSO

PROVAS ANTIGAS  
RESOLVIDAS

Está meio confuso?

De forma geral, é só seguir esse quadrinho aqui:

Fazer:

$$h(x) = \int_a^{u(x)} f(t) dt$$
$$h'(x) = f(u(x)) \cdot u'(x)$$

E finalizamos por aqui!!



Quer fixar esse conteúdo com **muitos exercícios**?

[Clique aqui](#)



*Chegou o site que todo aluno de Engenharia sonhava!*

Clique aqui : [WWW.RESPONDEAI.COM.BR](http://WWW.RESPONDEAI.COM.BR)

EXPLICAÇÕES  
SEM LERO LERO

+ DE 100 MIL EXERCÍCIOS  
RESOLVIDOS PASSO A PASSO

PROVAS ANTIGAS  
RESOLVIDAS